

2020 網際網路程式設計全國大賽

國中組決賽

- 本次比賽共 7 題，含本封面共 18 頁。
- 全部題目的輸入都來自**標準輸入**。輸入中可能包含多組輸入，以題目敘述為主。
- 全部題目的輸出皆輸出到螢幕 (**標準輸出**)。
輸出和裁判的答案必須完全一致，英文字母大小寫不同或有多餘字元皆視為答題錯誤。
- 比賽中上傳之程式碼，使用 C 語言請用 `.c` 為副檔名；使用 C++ 語言則用 `.cpp` 為副檔名。
- 使用 `cin` 輸入速度遠慢於 `scanf` 輸入，若使用需自行承擔 Time Limit Exceeded 的風險。
- 部分題目有浮點數輸出，會採容許部分誤差的方式進行評測。一般來說「相對或絕對誤差不超過 ϵ 皆視為正確」， ϵ 值以題目敘述為主。
舉例來說，假設 $\epsilon = 10^{-6}$ 且 a 是正確答案， b 是你的答案，如果符合 $\frac{|a-b|}{\max(|a|,|b|,1)} \leq 10^{-6}$ ，就會被評測程式視為正確。

Problem	Problem Name	Time Limit	Memory Limit
A	NPSC, Again	1 s	1024 MB
B	數迴	3 s	1024 MB
C	最大公因數	1 s	1024 MB
D	方陣, Again^2	1 s	1024 MB
E	翻轉隊伍	1 s	1024 MB
F	貓咪排隊買早餐	2 s	1024 MB
G	布可的書架	1 s	1024 MB

2020 網際網路程式設計全國大賽

輸入輸出範例

C 程式範例：

```
1 #include <stdio.h>
2 int main()
3 {
4     int cases;
5     scanf("%d", &cases);
6     for (int i = 0; i < cases; ++i)
7     {
8         long long a, b;
9         scanf("%lld %lld", &a, &b);
10        printf("%lld\n", a + b);
11    }
12    return 0;
13 }
```

C++ 程式範例：

```
1 #include <iostream>
2 int main()
3 {
4     int cases;
5     std::cin >> cases;
6     for (int i = 0; i < cases; ++i)
7     {
8         long long a, b;
9         std::cin >> a >> b;
10        std::cout << a + b << std::endl;
11    }
12    return 0;
13 }
```

A. NPSC, Again

Problem ID: npsc

恭喜各位成功從初賽中脫穎而出、晉級到 NPSC 的決賽！聰明的你可能已經發現了，近幾年的 NPSC 決賽都辦在十二月的第一或第二個星期六。

身為程式競賽界的佼佼者，你相信你一定會晉級未來幾次的 NPSC 決賽。因此你好奇，給定未來某年 12 月 1 號為星期幾、以及 NPSC 決賽是辦在第一個還是第二個星期六，是否能夠直接求得該年 NPSC 決賽的確切日期呢？

Input

輸入有兩行，第一行有一個英文單字，代表該年 12 月 1 號為星期幾。第二行有一個為 1 或 2 的正整數，代表該年 NPSC 是辦在第一個還是第二個星期六。

Output

輸出一行，代表該年 NPSC 決賽將辦在 12 月幾號。

Note

星期一到日的中英文對照表如下：

- 星期一：Monday
- 星期二：Tuesday
- 星期三：Wednesday
- 星期四：Thursday
- 星期五：Friday
- 星期六：Saturday
- 星期日：Sunday

Sample Input 1	Sample Output 1
Saturday 1	1

Sample Input 2	Sample Output 2
Monday 2	13

B. 數迴

Problem ID: slitherlink

數迴為數學智力遊戲的一種，由棋盤格與位於棋盤格內的數字所構成。解題時必須透過數字所提供的線索，在棋盤格線上連出一條不間斷的封閉環圈。規則如下（摘錄自 Wikipedia）：

- 在相同點距大小的棋盤上，用直線或橫線將兩相鄰點連接起來，目標是要讓所有連接線形成一個封閉環圈
- 每個棋盤格內可能會提供一個數字，表示這個方格的四條邊上的連線數目，而沒有數字的地方則代表周圍的連線數目未知
- 劃線時，不能讓最後連出來的整條線上出現交叉或分支
- 不能出現兩個以上的封閉環圈

請寫出一支程式幫助我們解數迴，保證每個棋盤格內都有填上數字。

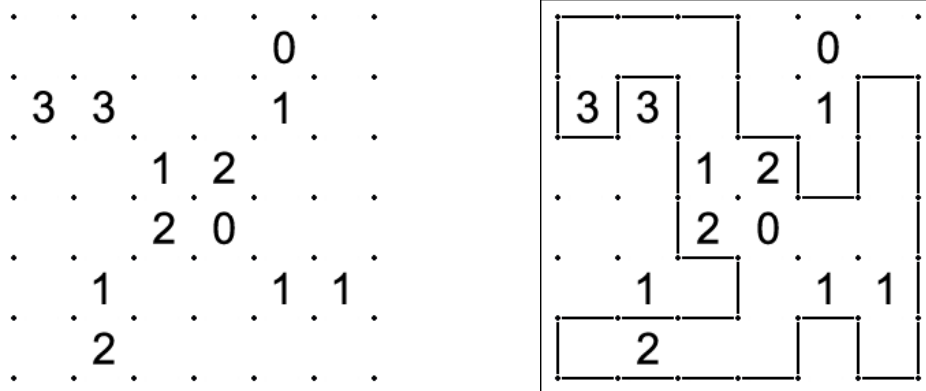


Figure B.1: 左圖為一個範例的數迴謎題，而右圖為左圖的一組解。注意到由於上圖並不是每一個格子都有填上數字，這個數迴謎題並不是此題的一個合法輸入。

Input

輸入第一行有兩個正整數 N, M ，代表棋盤的大小為 $N \times M$ 。接下來的輸入有 N 行，每行會有 M 個整數，第 i 行的第 j 個數字 $a_{i,j}$ 代表棋盤第 i 列第 j 行的方格中的數字。

- $1 \leq N \times M \leq 400$

- $0 \leq a_{i,j} \leq 4$
- 至少有一個 $a_{i,j}$ 不為 0

Output

如果輸入的數迴有解，則請輸出 $2N + 1$ 行，每行有 $2M + 1$ 個字元，代表該數迴的其中一組解。第 i 列第 j 行的輸出規則如下：

- 如果 i, j 都是奇數則輸出 'x'（不含引號）
- 如果 i, j 都是偶數則輸出 $a_{i/2,j/2}$
- 如果 i 是偶數, j 是奇數，輸出第 $\frac{i}{2}$ 列的第 $\frac{j+1}{2}$ 條垂直邊，若這條邊有連線則輸出 '|'（不含引號），否則輸出 ' '（空白字元、不含引號）
- 如果 i 是奇數, j 是偶數，輸出第 $\frac{j}{2}$ 行的第 $\frac{i+1}{2}$ 條水平邊，若這條邊有連線則輸出 '-'（不含引號），否則輸出 ' '（空白字元、不含引號）

如果輸入的數迴無解，則輸出一行 "-1"（不含引號）。

輸出格式亦可參考範例輸出。

Sample Input 1	Sample Output 1
2 2 2 2 2 2	x-x-x 2 2 x x x 2 2 x-x-x

Sample Input 2	Sample Output 2
2 2 2 3 3 2	x x-x 2 3 x-x x 3 2 x-x-x

Sample Input 3

```
3 3
4 1 0
1 0 1
0 1 4
```

Sample Output 3

```
-1
```

Sample Input 4

```
1 1
3
```

Sample Output 4

```
-1
```

This page is intentionally left blank.

C. 最大公因數

Problem ID: gcd

給定正整數 N 與 K ，請求出若將 N 拆成 K 個正整數的和，這 K 個數的最大公因數最大可以是多少。

Input

輸入包含多筆測試資料，第一行為 T 代表測試資料的筆數。

接著 T 行每行包含兩個正整數 N 與 K ，意義請參考題目敘述。

- $1 \leq T \leq 20$
- $1 \leq K \leq N \leq 10^{12}$

Output

輸出 T 行，每行有一個正整數代表每筆測試資料中，最大公因數最大可能為多少。

Notes

第一筆範例測試資料中，可以將 4 拆成 $2 + 2$ ，這樣最大公因數為 2。第二筆中，只有一種拆法將 5 拆成 5，因此最大公因數為 5。

Sample Input 1	Sample Output 1
2	2
4 2	5
5 1	

This page is intentionally left blank.

D. 方陣, Again^2

Problem ID: square3

小 Y 很喜歡方陣，為此他蒐集了各式各樣的 $N \times N$ 方陣，每天都拿出幾個來欣賞。在一個方陣裡面，小 Y 特別喜歡那些美麗的方格，一個方格如果滿足以下的條件則它就是美麗的：

- 以這個方格所在的橫列為分隔線將方陣分為上下兩個非空的區塊，兩個區塊內的數字總和是相等的
- 以這個方格所在的直行為分隔線將方陣分為左右兩個非空的區塊，兩個區塊內的數字總和是相等的

以一個 3×3 的方陣為例，中間那個方格就是一個美麗的方格：

1	1	1
1	1	1
1	1	1

1	1	1
1	1	1
1	1	1

以中間方格所在的橫列將方陣分為上下兩個藍色區域，他們的數字和是相等的。同時這個方格所在的直行將方陣分為左右兩個藍色的區域，他們的數字和也是相等的。

這天小 P 送給小 Y 一個方陣，但小 Y 必須先決定這個方陣是不是有足夠多的美麗的方格，才能考慮加入自己的收藏。因此，請你幫小 Y 找出這個方陣裡有幾個美麗的方格。

Input

輸入第一行是一個正整數 N ，代表方陣的大小。接下來的 N 行，每行都有 N 個用空白隔開的整數，代表方陣內的數字。

- $3 \leq N \leq 2000$
- 小 Y 拿到的方陣中，所有數字都在 -10^9 到 10^9 這個範圍之間

Output

請輸出一個整數，代表這個方陣裡面美麗的方格的數量。

Sample Input 1	Sample Output 1
3 1 1 1 1 1 1 1 1 1	1

Sample Input 2	Sample Output 2
5 -1864 -1594 10835 -3047 -4335 7770 -7518 6966 -5164 -2049 9772 3585 -6814 -5901 -647 3744 6476 458 6577 -17250 -19427 -944 -11450 7540 24276	9

Sample Input 3	Sample Output 3
3 1 2 3 -1 -2 -3 3 4 5	0

E. 翻轉隊伍

Problem ID: reverse

NPSC 國中正在校外教學，其中你恰好是一個有 N 位學生的隊伍領隊，學生們的座號分別是 $1 \sim N$ ，行動時他們總是照著座號排成一列。

麻煩的是，這些學生非常喜歡聊天，如果隊伍太吵而被扣秩序成績那就不好了！

經過調查後，你發現這座號 i 的學生有興趣的話題為 a_i ，有趣的是，這些學生只會跟和自己**相鄰且興趣相同**的人聊天，這就代表只需要盡量讓相鄰且興趣不同的對數越多，整支隊伍就會越安靜！

不過調整隊伍是一個很麻煩的任務，基於一些問題，你只能從中選出一段連續的學生，並將他們頭尾翻轉來組合出新的隊伍，而且由於時間緊迫，你只能執行至多 K 次這個操作。

舉例來說，假設現在一支 5 個人的隊伍，他們有興趣的話題編號依序是 1 1 1 2 2，你可以把位置區間 $[2, 4]$ 的學生翻轉使得有興趣的話題編號變成依序是 1 2 1 1 2，然後再翻轉 $[4, 5]$ 的學生變成 1 2 1 2 1，如此一來這支隊伍就有 4 對相鄰且興趣不同的人，而且這也是 2 次操作可以達到的最佳對數。

請你撰寫一支程式，計算經過至多 K 次翻轉後，隊伍最多可以有多少對相鄰且興趣相異的學生。

Input

輸入的第一行有兩個正整數 N, K ，代表隊伍的人數、你可以執行的操作數至多有 K 次。

第二行有 N 個以空格分開的整數 a_1, a_2, \dots, a_N ，代表第 i 個人有興趣的話題為 a_i 。

- $1 \leq N \leq 5 \times 10^5$
- $0 \leq K \leq N$
- $1 \leq a_i \leq N$

Output

輸出只有一行一個數字，代表經過至多 K 次翻轉後，隊伍最多可以有多少對相鄰且興趣相異的學生。

Sample Input 1

5 2 1 1 1 2 2	Sample Output 1 4
------------------	----------------------

Sample Input 2

7 1 2 2 3 3 1 1 4	Sample Output 2 5
----------------------	----------------------

Sample Input 3

7 2 2 2 3 3 1 1 4	Sample Output 3 6
----------------------	----------------------

F. 貓咪排隊買早餐

Problem ID: cats

最近喵喵來到了貓咪國旅行，這裡充滿各種品種的可愛貓咪，如 bb 貓、加菲貓、電貓、小肥貓……等，只要你能想到的，這邊都能夠看到。

在這邊待了幾天的喵喵，發現貓咪國有一家非常熱門的早餐店——NPSC。每天早上，都會有數以萬計的貓咪在店門口排隊，想要吃 NPSC 的早餐。

看到這麼多貓咪在吃 NPSC 的早餐，難道喵喵不會想吃吃看嗎？

喵喵還真的不想吃！比起吃 NPSC 的早餐，喵喵更喜歡觀察那些排在隊伍中的可愛貓咪們！

現在，喵喵發現有 N 隻貓咪正在排隊，從左到右的品種分別為 a_1, a_2, \dots, a_N 。為了方便，喵喵告訴你的品種都已經換成正整數來表示了，也就是說 a_1, a_2, \dots, a_N 皆為不超過 10^6 的正整數。

此外，喵喵還發現，如果品種相同的貓咪排在相鄰的位置，那他們便會開始玩耍起來，進而感受不到因漫長排隊所產生的無聊感，這也是喵喵最喜歡看到的現象。

充滿好奇心的喵喵，看著這 N 隻正在排隊的貓咪，不禁心想，如果他能將至多 1 隻貓咪的品種改變成任何品種，喵喵可以看到「最長連續相同品種的貓咪數量」最大可以是多少呢？

也許你會問，喵喵要如何改變貓咪的品種呢？這個問題簡單！喵喵可以用染毛劑來幫貓咪換顏色，貓咪們便可以假裝改變品種囉！由於喵喵手邊只有 1 個染毛劑，因此至多只能幫 1 隻貓咪改變品種。

其次，你可能會好奇，「連續相同品種的貓咪數量」的意思是什麼？舉個例子，若存在一個區間 $[l, r]$ ，滿足 $a_l = a_{l+1} = \dots = a_r$ ，那麼 $r - l + 1$ 便是「連續相同品種的貓咪數量」。

Input

輸入第一行有一個非負整數 N ，代表隊伍中貓咪的數量。

輸入第二行有 N 個正整數 a_1, a_2, \dots, a_N ，分別代表從左至右每隻貓咪的品種。

- $1 \leq N \leq 10^6$
- $1 \leq a_i \leq 10^6$

Output

輸出一個整數於一行，代表在喵喵可以改變至多 1 隻貓咪品種的情況下，喵喵可以看到「最長連續相同品種的貓咪數量」最大可以是多少。

Sample Input 1	Sample Output 1
3 1 2 1	3
Sample Input 2	Sample Output 2
5 1 2 1 2 1	3

G. 布可的書架

Problem ID: boobookshelf

布可 (boook) 是一位熱愛閱讀的學生，他房間裡的書比台大圖書館的都要來的多呢！經過整理後，布可發現房間裡一共有 N 本書，依序編號為 1 到 N 。其中編號 i 的書高度為 a_i 公分，且每本書的深度以及寬度都恰為一公分。

由於布可實在有太多書了，因此他想要買一個書架來擺放它們。

然而，經過一段時間的找尋，布可發現市面上所販售的書架都沒辦法容納如此龐大數量的書籍，所以他決定自己建造一個專屬於他的書架！

布可理想中的書架可以視為一個深度為一公分的長方體，並用一些水平隔板來做分層。由於做書架的目的不外乎就是為了放書，所以每一本書都必須被放入其中一層。同時，同一層並排放置的書不能超過書架的寬度，也不能有書的高度超過該層隔板所隔出的高度。

為了方便檢索這些書籍，布可不能接受這些書的順序被打亂喔！因此，他會從第一層開始，由左至右依序放入編號 1、編號 2、編號 3 等等的書，直到放不下為止。接著再到第二層，從第一層放不下的第一本書開始放，以此類推。也就是說，除了最後一層外，以水平方向來說，每一層都必須緊密的塞滿書籍。

現在你知道布可的書房的高度為 L 公分並且活動空間不大（因為書太多了），他想請你告訴他該怎麼設計書架的寬度、高度、以及每個隔板放置的位置，才能使得書架最後的高度不超過 L 公分（隔板與底版的厚度可以忽略）的情況下，讓將 N 本書都擺上書架後所浪費的空間最少。

所謂「浪費的空間」，指的是整個書架有多少立方公分是空的，也就是書架的體積減掉所有書的體積總和。請你寫個程式幫幫布可吧！

Input

輸入第一行有兩個正整數 N 以及 L ，分別代表布可擁有書本的數量以及書房的高度。接著一行有 N 個以空白隔開的正整數，第 i 個數字為 a_i ，代表編號 i 個書的高度。

- $1 \leq N \leq 10^5$
- $a_i \leq L \leq 10^6$ ，對於所有 $1 \leq i \leq N$

- $1 \leq a_i \leq 10$

Output

輸出一個整數，代表在書架高度不超過 L 的情況下，最少要浪費多少立方公分的空間。

Notes

範例測試資料一中，最佳的設計是將寬度設為 1、高度設為 6，並在 1 公分高、3 公分高之處設置水平隔板。

範例測試資料二中，最佳的設計是將寬度設為 2、高度設為 3，並在 3 公分高之處設置水平隔板。

範例測試資料三中，最佳的設計是將寬度設為 3、高度設為 3，並在 2 公分高之處設置水平隔板。

Sample Input 1	Sample Output 1
3 6 1 2 3	0
Sample Input 2	Sample Output 2
3 3 1 2 3	3
Sample Input 3	Sample Output 3
5 3 2 2 2 1 1	1